

**Facoltà di Ingegneria**  
**Prova Scritta di Fisica II**  
**19 settembre 2007**  
**Compito A**

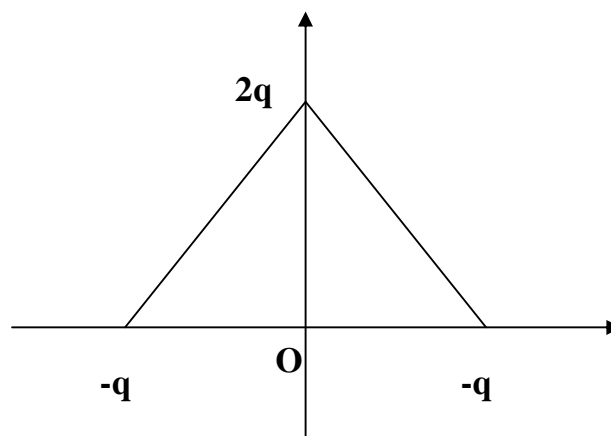
$$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N m^2}, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T m}{A}$$

**Esercizio n. 1**

Tre cariche puntiformi sono disposte ai vertici di un triangolo equilatero di lato  $d = 10$  cm. Le cariche (1) e (2) sono negative e valgono  $-q$ , mentre la carica (3) è positiva e vale  $2q$  ( $q = 1 \mu C$ ).

Rispondere alle seguenti domande:

- Calcolare il modulo del momento di dipolo  $\vec{p}$  del sistema:
  - $2.54 \cdot 10^{-3} C \cdot m$
  - $3.15 \cdot 10^2 C \cdot m$
  - $6.79 C \cdot m$
  - $1.73 \cdot 10^{-7} C \cdot m$
- Calcolare direzione e verso del momento di dipolo  $\vec{p}$  del sistema:
  - Lungo l'asse  $z$  con verso opposto
  - Lungo l'asse  $y$  con verso uguale
  - Lungo l'asse  $x$  con verso uguale
  - Lungo l'asse  $x$  con verso opposto
- Calcolare il potenziale elettrico  $V_0$  nel punto  $P_0$  di coordinate  $(0, y_0)$ :



- $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{y_0^2}$
  - $q \left( \frac{d}{y_0} \right)^2$
  - $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p}{\left( y_0 - \frac{d}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2}$
  - $\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 y_0}$
- Calcolare il modulo del campo elettrico  $E_0$  nell'origine degli assi:
    - $\frac{2q}{\pi\varepsilon_0 d}$
    - $\frac{\sqrt{3}}{4} q d^2$
    - $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{5q}{d^2}$
    - $\frac{2q}{3\pi\varepsilon_0 d^2}$



### Esercizio n. 2

Una sfera conduttrice di raggio  $R_1 = 5 \text{ cm}$  porta una carica  $Q_1 = 10^{-6} \text{ C}$ . Un guscio sferico (sfera cava), pure conduttore, concentrico alla sfera di raggio  $R_1$ , avente raggio interno  $R_2 = 10 \text{ cm}$  e raggio esterno  $R_3 = 12 \text{ cm}$ , è caricato con carica  $Q_2 = 10 Q_1$ . Calcolare nell'ipotesi che il sistema sia nel vuoto:

5. Il campo elettrico interno al conduttore che costituisce il guscio sferico esterno (di raggio  $R_2$ ):

- A.  $\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_2^2}$   
B. 0  
C.  $\frac{Q_1}{\pi\epsilon_0 (R_2 - R_1)^2}$   
D.  $\frac{Q_1 R_2}{4\pi\epsilon_0}$

6. La densità di carica superficiale  $\sigma_2$  sulla superficie interna del guscio sferico esterno (di raggio  $R_2$ ):

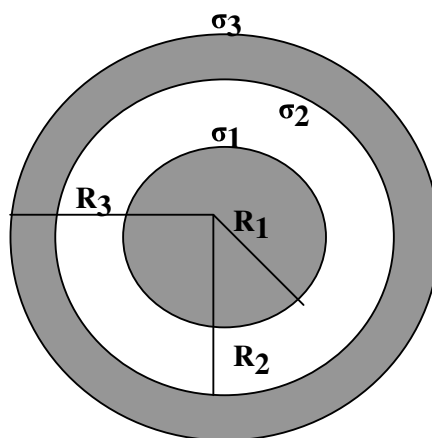
- A.  $-7.96 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2$   
B.  $3.15 \cdot 10^{-4} \text{ C/m}^2$   
C. 0  
D.  $-4.16 \cdot 10^{-3} \text{ C/m}^2$

7. La differenza di potenziale ( $V_1 - V_2$ ) tra i due conduttori considerati:

- A.  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{R_3}$   
B.  $\frac{2Q_1}{3\pi(R_2 - R_1)^2}$   
C.  $\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(R_2 - R_1)}{R_1 R_2}$   
D.  $\frac{\sqrt{3}}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{Q_1}{R_3} - \frac{Q_2}{(R_3 - R_1)} \right)$

8. Se si pone uguale a zero il potenziale all'infinito ( $V(\infty) = 0$ ), il potenziale  $V_1$  della sfera di raggio  $R_1$  vale:

- A. 0  
B.  $2.35 \cdot 10^3 \text{ V}$   
C.  $5.76 \cdot 10^{-4} \text{ V}$   
D.  $9.15 \cdot 10^5 \text{ V}$





**Esercizio n.3**

Un filo di materiale isolante, piegato a semicirconferenza di raggio  $R=10\text{cm}$ , possiede una carica elettrica distribuita su di esso con densità lineare  $\lambda = k \sin 2\theta$  ( $k = 10^{-9} \text{ C/m}$ ), dove  $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$ .

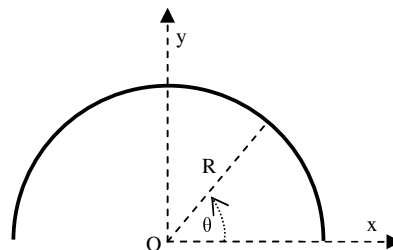
Calcolare il campo ed il potenziale elettrostatico nel punto O centro del filo isolante.

Immaginare poi che lo stesso filo sia di materiale conduttore e sia percorso da una corrente I. Calcolare il campo magnetico prodotto nel punto O dalla corrente in tale filo.

Rispondere quindi alle seguenti domande:

9. Il segno della carica al variare dell'angolo  $\theta$  è:

- A. Positivo tra  $0$  e  $\frac{\pi}{2}$  e negativo tra  $\frac{\pi}{2}$  e  $\pi$
- B. Positivo tra  $0$  e  $\frac{\pi}{2}$  e positivo tra  $\frac{\pi}{2}$  e  $\pi$
- C. Negativo tra  $0$  e  $\frac{\pi}{2}$  e negativo tra  $\frac{\pi}{2}$  e  $\pi$
- D. Negativo tra  $0$  e  $\frac{\pi}{2}$  e positivo tra  $\frac{\pi}{2}$  e  $\pi$



10. Il campo elettrico in O ha espressione

- A.  $\vec{E} = -\frac{k}{4\pi\epsilon_0 R} \hat{i} + \frac{k}{\epsilon_0 R} \hat{j}$
- B.  $\vec{E} = -\frac{k}{4\pi\epsilon_0 R^2} \hat{i} + \frac{k}{4\pi\epsilon_0 R} \hat{j}$
- C.  $\vec{E} = -\frac{k}{3\pi\epsilon_0 R} \hat{i}$
- D.  $\vec{E} = -\frac{k}{2\pi\epsilon_0 R^2} \hat{j}$

11. La carica elettrica posseduta dal filo vale

- A. 0
- B.  $6.57 \cdot 10^{-3} \text{ C}$
- C.  $1.07 \text{ C}$
- D.  $5.22 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

12. Il potenziale elettrico in O vale

- A. 0
- B.  $6.19 \text{ V}$
- C.  $2.12 \cdot 10^{-2} \text{ V}$
- D.  $-3.44 \cdot 10^2 \text{ V}$

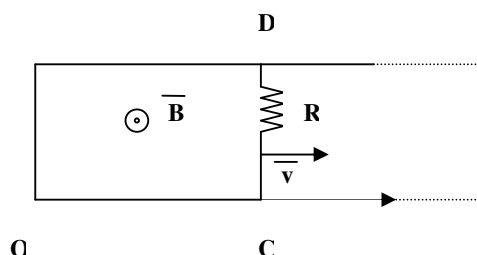
13. Se il filo fosse di materiale conduttore e se fosse percorso da una corrente I, il campo magnetico prodotto da tale corrente nel punto O sarebbe:

- A.  $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$
- B.  $\frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}$
- C.  $\frac{\mu_0 I}{4R}$
- D.  $2\pi R \mu_0 I$



#### Esercizio n. 4

Un filo conduttore di resistenza trascurabile è rigido ed è piegato ad U e disposto in un campo magnetico uniforme e costante nel tempo, di induzione magnetica  $B = 0.5 \text{ T}$ , perpendicolare al piano definito dalla U stessa (ed uscente dal foglio nel caso della figura). Sul filo può scorrere senza attrito un conduttore CD, di lunghezza  $l = 20 \text{ cm}$  e resistenza  $R = 10 \Omega$ , che nei punti C e D è in contatto con il filo ad U. Il conduttore CD si muove con velocità costante  $v = 2 \text{ m/s}$ , perpendicolarmente ai lati paralleli della U.



Rispondere alle seguenti domande, tenendo conto che la resistenza del filo piegato ad U è trascurabile:

14. Calcolare la f.e.m. indotta,  $f_i$ , nel circuito:

- A.  $-0.2 \text{ V}$
- B.  $3.4 \cdot 10^{-2} \text{ V}$
- C.  $-6.2 \cdot 10^2 \text{ V}$
- D.  $13.5 \text{ V}$

15. La corrente indotta nel circuito è data da:

- A.  $\frac{Bv^2 R}{l}$
- B.  $-\frac{Blv}{R}$
- C.  $Rlv$
- D.  $\frac{B^2}{lR}$

16. Calcolare la potenza  $W$  dissipata per effetto Joule nella resistenza  $R$ :

- A.  $3 \cdot 10^2 \text{ W}$
- B.  $4 \cdot 10^{-3} \text{ W}$
- C.  $0.5 \text{ W}$
- D.  $7 \cdot 10^{-2} \text{ W}$

17. Il modulo della forza  $F$  che è necessario applicare dall'esterno al conduttore mobile CD, perché si muova alla data velocità costante  $v$  è dato da:

- A.  $v^2 l^2$
- B.  $\frac{Bl}{\mu_0 R}$
- C.  $\mu_0 v B$
- D.  $\frac{B^2 l^2 v}{R}$



### Altre domande

18. Un campo vettoriale  $\vec{E}$  è conservativo se e solo se
- A.  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$
  - B.  $\vec{\nabla} E = 0$
  - C.  $\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = 0$
  - D.  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$
19. Un campo vettoriale  $\vec{B}$  è solenoidale in tutti i punti dello spazio se risulta che:
- A.  $\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$ , con  $\Gamma$  linea chiusa qualsiasi
  - B.  $\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = 0$
  - C.  $\vec{\nabla} B = 0$
  - D.  $\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$ , con  $A$  superficie chiusa qualsiasi
20. All'interno di un mezzo dielettrico, immerso in un campo elettrostatico esterno, a causa della polarizzazione indotta, il valore del campo elettrostatico interno, rispetto a quello esterno, risulta
- A. Maggiore
  - B. Minore
  - C. Identico
  - D. Nessuna delle precedenti risposte
21. Due condensatori, rispettivamente di capacità  $C_1 = 3 \text{ F}$  e  $C_2 = 5 \text{ F}$ , collegati in serie, sono equivalenti ad un singolo condensatore di capacità
- A.  $8 \text{ F}$
  - B.  $2 \text{ F}$
  - C.  $1.87 \text{ F}$
  - D.  $7.50 \text{ F}$
22. Calcolare il flusso  $\Phi$  del campo elettrostatico  $E$  uscente da una superficie gaussiana sferica  $A$ , avente raggio  $R = 10 \text{ cm}$  e centro  $O$  nella posizione occupata dalla carica positiva,  $q = 1 \text{ nC}$ , costituente un dipolo elettrostatico di momento di dipolo  $P$ ,  $P = 10^{-15} \text{ C} \cdot \text{m}$ :
- A.  $\Phi = 0$
  - B.  $\Phi = 1.4 \cdot 10^{-12} \text{ V} \cdot \text{m}$
  - C.  $\Phi = 3.7 \cdot 10^{-15} \text{ V} \cdot \text{m}$
  - D.  $\Phi = 4.8 \cdot 10^{-13} \text{ V} \cdot \text{m}$
23. Calcolare il flusso  $\Phi$  del campo magnetico  $B$ , uscente da una superficie chiusa cilindrica  $A$ , di raggio di base  $R = 5 \text{ cm}$ , altezza  $L = 10 \text{ cm}$ , e coassiale con un filo conduttore rettilineo di lunghezza  $L$ , percorso dalla corrente  $I = 10 \text{ nA}$ .
- A.  $\Phi = 1.4 \cdot 10^{-12} \text{ V} \cdot \text{m}$
  - B.  $\Phi = 3.7 \cdot 10^{-15} \text{ V} \cdot \text{m}$
  - C.  $\Phi = 4.8 \cdot 10^{-13} \text{ V} \cdot \text{m}$
  - D.  $\Phi = 0$
24. All'interno di un condensatore, vuoto, con armature piane e parallele, collegato ad una batteria erogante una tensione  $V$  costante, il campo elettrostatico vale:
- A.  $E = 0$
  - B.  $E = V/d$ , dove  $d$  è la distanza fra le armature



- C.  $E = Vd$ , dove  $d$  è la distanza fra le armature
- D.  $E = \varepsilon_0 A/d$ , dove  $d$  è la distanza fra le armature ed  $A$  la loro area.

25. Per un conduttore, in condizioni di equilibrio elettrostatico, all'esterno il campo elettrostatico in un punto molto vicino alla sua superficie, caratterizzata dalla densità di carica superficiale  $\sigma$ , risulta :

- A. ortogonale alla superficie del conduttore ed ha modulo pari a  $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$
- B. ortogonale alla superficie del conduttore ed ha modulo pari a  $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$
- C. parallelo alla superficie del conduttore ed ha modulo pari a  $\frac{2\sigma}{\varepsilon_0}$
- D. parallelo alla superficie del conduttore ed ha modulo pari a  $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

26. Due fili rettilinei paralleli, infinitamente lunghi, sono percorsi da correnti stazionarie discordi. Tra i due fili si manifesta una azione meccanica reciproca:

- A. nulla
- B. di tipo attrattivo
- C. di tipo repulsivo
- D. parallela alla loro direzione

27. Un magnete è fermo all'interno di un solenoide. Il solenoide

- A. è percorso da una corrente indotta
- B. non è percorso da una corrente indotta
- C. è percorso da una corrente di spostamento
- D. è percorso da una corrente indotta ed una corrente di spostamento

28. Una spira rigida di forma quadrata di lato  $L$ , massa  $M$  e resistenza  $R$ , viene fatta cadere dalla quota  $H$ , secondo la direzione dell'accelerazione di gravità. Se in tutto lo spazio esiste un campo magnetico uniforme diretto orizzontalmente, ovvero perpendicolarmente al piano individuato dalla spira, avviene che:

- A. La spira è percorsa da una corrente indotta
- B. La spira non è percorsa da una corrente indotta
- C. La spira è percorsa da una corrente di spostamento
- D. La spira è percorsa da una corrente indotta ed una corrente di spostamento

29. Nel caso del quesito precedente:

- A. La corrente indotta vale:  $I_{indotta} = \frac{BL^2}{RT}$ , con  $T$  tempo di caduta.
- B. La corrente indotta vale:  $I_{indotta} = 0$
- C. La corrente indotta vale:  $I_{indotta} = \frac{TBL^2}{R}$ , con  $T$  tempo di caduta.



D. La corrente indotta vale:  $I_{indotta} = \frac{RBL^2}{T}$ , con T tempo di caduta

30. Uno studente, imprigionato nella cavità interna di un conduttore, segnala la propria presenza all'esterno agitando una bacchetta isolante carica. Il campo elettrico all'esterno del conduttore

- A. varia in funzione della posizione della bacchetta, rivelando la presenza dello studente.
- B. rimane costante e non rivela quindi la presenza dello studente
- C. varia se la bacchetta viene agitata orizzontalmente e solo in questo caso rivela la presenza dello studente.
- D. varia se la bacchetta viene agitata verticalmente e solo in questo caso rivela la presenza dello studente.

### Soluzioni:

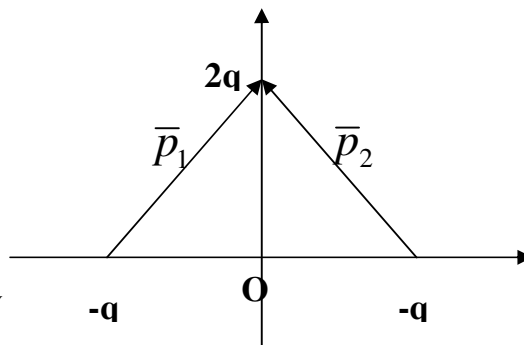
#### Esercizio n. 1:

Il sistema può essere scomposto nei due dipoli  $\vec{p}_1$  e  $\vec{p}_2$ , entrambi di modulo  $qd$  e orientati così come mostrato in figura: il loro risultante è orientato come l'asse y, e vale

$$\vec{p} = \hat{j} \cdot 2p_1 \cos \vartheta = \hat{j} qd \frac{\sqrt{3}}{2} 2 = \hat{j} 1.73 \cdot 10^{-7} \text{ Cm}.$$

Nell'approssimazione di dipolo, il potenziale in  $P_0$  vale:

$$V_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{\left(y_0 - \frac{d\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 12.2 \cdot 10^3 \text{ V}$$



#### Esercizio n. 2:

Il campo elettrico interno al conduttore che costituisce il guscio sferico è nullo.

Applicando il teorema di Gauss ad una superficie  $\Sigma$  interna al guscio sferico si ha:

$$\Phi_{\Sigma}(\vec{E}) = 0 = Q^{(INT)} / \epsilon_0,$$

dove  $Q^{(INT)}$  è la somma della carica  $Q_1$  e della carica  $q_2$  che si distribuisce sulla superficie di limitazione del guscio di raggio  $R_2$ . Dunque:

$$Q^{(INT)} = Q_1 + q_2 = 0, \text{ da cui } Q_1 = -q_2. \text{ Pertanto:}$$

$$\sigma_2 = \frac{q_2}{4\pi R_2^2} = -\frac{Q_1}{4\pi R_2^2} = -7.96 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2.$$

La differenza di potenziale vale:

$$V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} E_0 dr = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(R_2 - R_1)}{R_1 R_2} = 9 \cdot 10^4 \text{ V}.$$

Tenendo conto che i conduttori sono equipotenziali, si ha:

$$V_1 - V(\infty) = \int_0^{\infty} E_0 dr = \int_{R_1}^{R_2} E_0 dr + \int_{R_3}^{\infty} E_0 dr$$



Quindi si ottiene:

$$V_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(R_2 - R_1)}{R_1 R_2} + \frac{(Q_1 + Q_2)}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R_3}$$

### Esercizio n. 3

Le componenti x e y del campo sono rispettivamente:

$$E_x = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \frac{\lambda R d\theta}{R^2} \cos \theta = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \frac{k \sin 2\theta \cos \theta d\theta}{R} = -\frac{k}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^\pi \sin 2\theta \cos \theta d\theta = -\frac{k}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^\pi 2 \sin \theta \cos \theta \cos \theta d\theta =$$

$$= -\frac{k}{2\pi\epsilon_0 R} \left. \frac{\cos^3 \theta}{3} \right|_0^\pi = -\frac{k}{3\pi\epsilon_0 R}$$

$$E_y = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \frac{\lambda R d\theta}{R^2} \sin \theta = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \frac{k \sin 2\theta \sin \theta d\theta}{R} = -\frac{k}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^\pi \sin 2\theta \sin \theta d\theta = -\frac{k}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^\pi 2 \sin \theta \cos \theta \sin \theta d\theta =$$

$$= -\frac{k}{2\pi\epsilon_0 R} \left. \frac{\sin^3 \theta}{3} \right|_0^\pi = 0$$

La carica del filo ed il potenziale elettrico in O sono entrambi nulli. Infatti:

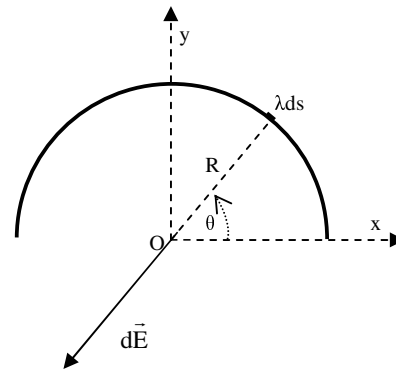
$$Q = \int_0^{\pi R} \lambda ds = \int_0^\pi k R \sin 2\theta d\theta = Rk \int_0^\pi 2 \sin \theta \cos \theta d\theta = 2Rk \left. \frac{\sin^2 \theta}{2} \right|_0^\pi = 0$$

$$V(O) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\pi R} \frac{\lambda ds}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi k \sin 2\theta d\theta =$$

$$= \frac{k}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi 2 \sin \theta \cos \theta d\theta = \frac{k}{4\pi\epsilon_0} \left. \frac{\sin^2 \theta}{2} \right|_0^\pi = 0$$

Il campo magnetico prodotto dalla corrente I in un filo a forma di arco di raggio R ed angolo di apertura  $\theta$ , nel centro dell'arco ha modulo  $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \theta$ . Applicando questa formula al filo a forma di

semicirconferenza si ha  $B = \frac{\mu_0 I}{4R}$ .



### Esercizio n. 4

La f.e.m. indotta  $f_i$  vale :

$$f_i = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = -\frac{d}{dt} [Blx(t)] = -Blv;$$

L'intensità della corrente è data dalla legge di Ohm:

$$i = \frac{f_i}{R} = -\frac{Blv}{R};$$

La potenza dissipata è data da:

$$W = i^2 R = \frac{(Blv)^2}{R};$$

La corrente i, scorrendo nel tratto CD immerso nel campo B, vi causa una forza magnetica:

$$F_M = ilB = -\frac{B^2 l^2 v}{R}, \text{ diretta in verso opposto a } v. \text{ La forza esterna richiesta per far procedere CD a velocità}$$

costante è uguale e contraria ad  $F_M$  :

$$|\overline{F}| = \frac{B^2 l^2 v}{R} = 2 \cdot 10^{-3} N.$$



